

Paramètres de position (ou de tendance centrale)

PARAMETRES DE TENDANCE CENTRALE(de position)

- 1 - Le mode 
- 2 - La médiane
- 3 - La moyenne arithmétique.

INTRODUCTION

PARAMETRES DE TENDANCE CENTRALE Paramètres de position

Synthétisent et
caractérisent
l'ensemble des données par
un nombre unique,
une valeur type



de telle sorte *qu'en première approximation la comparaison de*
deux séries puisse se ramener à la comparaison
de ***deux nombres***.

I-Le Mode (Mo)

Cas des données non groupées

*Le mode est la valeur
de la variable statistique
la plus fréquente.*

Exemple

soit la série statistique :

3, 5, 7, 15, 16, 16, 16, 17, 17, 30.

alors

Mo = 16

Cas des données groupées

1- Variable statistique discontinue

Le mode est la valeur de la variable statistique qui correspond à l'effectif le plus élevé.

Dans ce cas sa détermination est immédiate



Exemple

Tableau N°1 : Nombre d'enfants par famille

Nombre d'enfants X_i	Nombre de familles n_i
0	4
1	5
2	10
3	16
4	18
5	14
6	7
7	6
TOTAL	80

Mo=4



Interprétation :

Le nombre d'enfants le plus fréquent dans cet échantillon est égal à 4.

Variable statistique continue

La classe qui correspond à l'effectif le plus élevé est appelée **classe modale**.

Le mode est le centre de la classe modale.

Exemple

Tableau n°2 : Les pesées de 50 nouveau-nés.

Poids (Kg) X_i	Effectifs n_i
2.0 - 2.5	2
2.5 - 3.0	4
3.0 - 3.5	6
3.5 - 4.0	30
4.0 - 4.5	8
TOTAL	50

Classe modale



La classe modale est : 3,5 – 4,0 alors le mode est
 $M_o = (3,5 + 4,0)/2 = \mathbf{3,75}$ Donc **$M_o = 3,75$ Kg**

Interprétation :

Le poids le plus fréquent dans cet échantillon est égal à 3,75 kg

Mais si on cherche plus de **précision**, on applique la méthode **d'interpolation linéaire** en utilisant la formule

$$M_o = b_{\min} + \frac{d_1}{d_1 + d_2} K$$

où

b_{\min} : borne inférieure de la classe modale.

d_1 : différence entre l'effectif de la classe modale et de la classe précédente.

d_2 : différence entre l'effectif de la classe modale et de la classe suivante.

K : Amplitude de la classe modale

$$Mo = 3,5 + \frac{(30-6)}{(30-6) + (30-8)} \times 0,5$$

$$Mo = 3,76 \text{ Kg}$$

Interprétation :

Le poids le plus fréquent dans cet échantillon est égal à 3,76 Kg. Pratiquement, on peut dire que les poids les plus fréquents se situent entre 3,5 kg et 4,0 kg.

La détermination du mode est **facile** (avantage) par contre sa valeur varie en fonction de la classe modale qui **n'est pas stable** et qui change suivant le choix du nombre de classes et de l'amplitude de celles-ci (inconvenient).

La médiane (Me)

Cas des données non groupées

La médiane est la valeur de la variable statistique qui divise la série statistique en *deux parties égales* (50 % de l'effectif lui soit inférieur et 50 % supérieur)

- Nombre d'observations impair :

7, 9, 13, **45**, 70, 101, 115.

$$Me = 45$$

- Nombre d'observations pair :

2, 5, 9, **10**, **12**, 14, 20, 22

$$Me = (10 + 12)/2 = 11$$

la demi somme de l'intervalle médian

Cas des données groupées :

Variable statistique discontinue

La médiane est la valeur de la variable statistique qui occupe le $(n/2)$ ème rang (détermination directe) :

	Nombre d'enfants X_i	Nombre de familles n_i
	0	4
	1	5
	2	10
	3	16
Me →	4	18
	5	14
	6	7
	7	6
	TOTAL	80

$n/2 = 80/2 = 40$, la valeur de la variable qui occupe le 40^{ème} rang est égale à 4
donc **Me = 4 enfants**

Interprétation

Il y a 50 % (soit 40 familles) qui ont moins de 4 enfants et 40 plus de 4 enfants.

Variable statistique continue

Tableau n°2 : Les pesées de 50 nouveau-nés.

Poids (Kg) X_i	Effectifs n_i
2.0 - 2.5	2
2.5 - 3.0	4
3.0 - 3.5	6
3.5 - 4.0	30
4.0 - 4.5	8
TOTAL	50

3,5 – 4,0 alors $Me = (3,5 + 4,0)/2 = 3,75$

Donc **Me = 3,75 kg**

Interprétation :

Il y a 50 % (soit 25) nouveau-nés qui ont un poids inférieur à 3,75 kg et 50 % (25) qui ont un poids supérieur à 3,75 kg.

Variable statistique continue :

Pour les données groupées en classes, la médiane est obtenue par **interpolation linéaire** :

$$Me = b_{min} + \frac{[n/2] - s}{n_{Me}} \times K$$

où :
bmin : borne inférieure de la classe médiane

n : la taille de l'échantillon

S : somme des effectifs de toutes les classes inférieures à la classe médiane.

nme : l'effectif de la classe médiane

K : l'amplitude de la classe médiane

Exemple : Les pesées de 50 nouveau-nés

$$Me = 3,5 + \left(\frac{50/2 - 12}{30} \right) 0,5$$

$$Me = 3,72 \text{ kg.}$$

Interprétation :

Il y a 50 % (soit 25) nouveau-nés qui ont un poids inférieur à 3,72 kg et 50 % (25) qui ont un poids supérieur à 3,72 kg.

On peut également déterminer la médiane graphiquement .

LA MOYENNE ARITHMÉTIQUE

Données non groupées

(moyenne arithmétique simple)

La moyenne arithmétique est la somme des observations divisée par leur nombre. Elle est notée

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + \dots + X_n}{n}$$

(lire x barre )

ce qui donne

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

Données groupées

(moyenne arithmétique pondérée)

Variable statistique discontinue

S'il y a répétition de certaines observations, c'est à dire le nombre x_1 se produit n_1 fois, x_2 se produit n_2 fois,....., la formule précédente devient :

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i X_i}{n}$$

Exemple

Nombre d'enfants par famille

X_i	n_i	$n_i \cdot X_i$
0	4	0
1	5	5
2	10	20
3	16	48
4	18	72
5	14	70
6	7	42
7	6	42
	$\Sigma n_i = n$ = 80	$\Sigma n_i \cdot x_i =$ 299

$$\bar{X} = (1/n) \Sigma n_i x_i = (1/80) \Sigma n_i x_i = \frac{299}{80} = 3,74$$

$\bar{X} = 4$ enfants, il y a en moyenne 4 enfants par famille.

REMARQUES

- Dans une distribution symétrique, les trois paramètres de tendance centrale (**mode, médiane, moyenne**) sont égaux.
- Mode, médiane et moyenne sont les valeurs centrales les plus **utilisées**